

AYT

# MATEMATİK

## EL KİTABI

- YAYINEVİNE AİT KİTAPLAR
- ÖRNEK PDF'LER
- AKILLI TAHTA UYGULAMALARI  
(*PARDUS İLE UYUMLUDUR.*)
- VİDEO SORU ÇÖZÜMLERİ
- MOBİL UYGULAMALAR
- LİSE DESTEK ÖĞRENCİ UYGULAMASI



Kullanım Kılavuzu İçin Karekodu Okut

*DijitalSet*

DİJİTAL EĞİTİM SETİ  
www.dijitalset.com

Sanal Sınıf Entegrasyonu  
Mobil Öğretmen ve  
Öğrenci Uygulamaları  
Erişilebilirlik



### PRO EL KİTAPLARI

KONU ANLATIM VİDEOLARI VE  
ÖRNEK SORU ÇÖZÜMLERİNE  
YAYIN DENİZİ EĞİTİM YOUTUBE KANALINDAN  
ULAŞABİLİRSİNİZ.

GÜNCEL MÜFREDATA UYGUN

KAZANIMLARLA UYUMLU

RENKLİ-RESİMLİ-TABLULU

PRAKİK BİLGİLERİ İÇEREN

TAM KONU ANLATIMI



Copyright ©

Bu kitabın her hakkı yayinevine aittir.

Hangi amaçla olursa olsun, bu kitabın tamamının ya da bir kısmının, kitabı yayımlayan yayinevinin önceden izni olmaksızın elektronik, mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılması, yayınlaması ve depolanması yasaktır.

Genel Yayın Koordinatörü  
**Ayça AKTAŞ DEMİRCAN**

Yazarlar

**Servet KAÇARAN**  
**Şenay KAÇARAN**  
**Tuba ÇADIR**

**skacaran@gmail.com**


Dizgi  
**Yayın Denizi Dizgi Birimi**


**09-0921-7500-B / 25 TL**  
**ISBN: 978-605-197-401-9**


Basım Yeri


 [yd\\_yayindenizi](https://www.instagram.com/yd_yayindenizi)

 [yd\\_yayindenizi](https://www.twitter.com/yd_yayindenizi)

 [Yayın Denizi](https://www.facebook.com/yayindenizi)

 Mobil uygulama  
Yayın Denizi Eğitim

 [www.yayindenizi.com.tr](http://www.yayindenizi.com.tr)

 [yayindenizi@isler.com.tr](mailto:yayindenizi@isler.com.tr)

  0549 839 68 49

 **YAYIN DENİZİ EĞİTİM**



## Ön Söz

Sevgili Öğrenciler,

Yayın Denizi PRO serisindeki MATEMATİK AYT Konu Anlatımı ve MATEMATİK TYT Konu Anlatımı kitaplarımız, Milli Eğitim Bakanlığı tarafından son olarak Ocak-2018 tarihinde değiştirilen ve 2018-2019 Eğitim - Öğretim yılından itibaren tüm sınıflarda ve sınavlarda uygulanacak müfredat değişikliğine hem konu sırası bakımından hem de içerik bakımından tam uyumlu olarak hazırlanmıştır.

Liselerde ortak sınıflar olan 9 ve 10. sınıfların Ocak - 2018'de yenilenen matematik konuları Yayın Denizi PRO MATEMATİK TYT Konu Anlatımı kitabımızda; 11 ve 12. sınıfların Matematik konuları ise Yayın Denizi PRO MATEMATİK AYT Konu Anlatımı kitabımızda bir araya getirildi.

Yayın Denizi PRO MATEMATİK TYT Konu Anlatımı ve Yayın Denizi PRO MATEMATİK AYT Konu Anlatımı kitaplarımız üniversiteye hazırlanan gerek 12. sınıf öğrencileri, gerek mezun öğrenciler için aradıkları her bilgiye kolayca bulabilecekleri baş ucu kitapları niteliğindedirler.

Formüller, özellikler, uyarılar örneklerle desteklendi. Bunun için sıradan örnekler yerine özelliği olan örnekler seçildi. Kolay anlaşılabilirlik için renkler kullanıldı. İşlem sırası, önemli noktalar renklendirildi. Uzun paragraflardan kaçınıldı, maddeleştirerek anlatım yolu tercih edildi. Gereksiz detaylara yer verilmedi.

Bu kitabın tüm 11. sınıf öğrencileri için de yıl boyu yanlarında taşıyacakları iyi bir danışma kitabı olacağını rahatlıkla söyleyebiliriz.

Yayın Denizi PRO MATEMATİK AYT Konu Anlatımı kitabımızdan beklediğiniz verimi alabilmenizi temenni ediyoruz. Başarı dileklerimizle.

# ETKİN ÇALIŞMA YÖNTEMİ

- ✓ Okulda gün boyu dersler peşinizi bırakmadı. Eve geldiğinizde biraz dindikten sonra derse devam etmelisiniz. Çünkü, hedefleriniz ve hayalleriniz var. Bunu asla aksatmamalısınız.
- ✓ Kendinize bir ders çalışma saati belirlemeli ve sürekli bunu düşünmelisiniz. Çünkü zihin neyi tekrar ederse kendini o yönde yönlendirir.
- ✓ Tekrarı asla bırakmamalısınız. Özellikle yeni öğrendiğiniz bilgiyi günlük tekrar etmelisiniz. Tekrar etmek başarının anahtarıdır. Bilginin pekiştirilmesini ve uzun süreli hafızaya atılmasını sağlar.
- ✓ Bilgiyi mutlaka ilişkilendirerek öğrenmelisiniz. Bu yöntem bilginin kalıcı olmasını sağlar.
- ✓ Yavaş not alma beynin konsantre olmasını zorlaştırır. Yazma hızı ile beynin çalışma hızı arasında boşluk meydana gelir. Zihin başka alanlara kayar ve konsantrasyon sorunu başlar. Not alma hızınızı kendinize göre belirlemelisiniz.
- ✓ Ezberden kaçınmalısınız. Öğrenilen bilginin tam olarak kullanılabilmesi için beyin tarafından analizinin yapılması gerekir. Ezberci sistem bunu engeller.
- ✓ Ders çalışırken uygun periyotlarda ara vermelisiniz. Ara vermek odaklanma gücünüzü artıracaktır.
- ✓ Sosyal hayatınızda karşınıza güçlükler çıkabilir. Bunlarla başa çıkabilmesi ve mümkün olduğunca ortadan kaldırmaya dikkat etmelisiniz.
- ✓ Dikkatinizi uyanık tutmalı ve yaptığınız işe odaklanmalısınız.

$$\text{Bilgi} + \text{Deneyim} + \text{Duygu ve Davranış} = \text{ÖĞRENME}$$

Eksik konu bırakma.

Kavramları öğren.

Tekrar et.

Konuları şekil ve grafiklerle destekle.

Konuları günlük yaşamla ilişkilendir.

Okuma alışkanlığı kazan.

Kendine güven.

**Başarmak bu kadar kolay!**



Kitaptaki konuları düzenli çalışmanız için aşağıdaki tabloda tarih sütünü açılmıştır. Bu sütünü kullanarak bir çalışma planı oluşturabilirsiniz.

Birbirinden ayrılmış konuların her birini en az 1 günde, en çok 4 günde bitiriniz.

Tüm kitabı en fazla 4 ayda bitirmelisiniz.

Bu kitapta bitirdiğiniz konularla ilgili en az bir soru bankasının (Yayın Denizi Pro Soru Bankalarını öneriyoruz.) konu ile ilgili testlerini çözmelisiniz.

Tarih	Bölüm	Konu	Sayfa
/ /202...	1	Fonksiyonlarda Uygulamalar	9
/ /202...	2	İkinci Dereceden Fonksiyonlar	23
		İkinci Der. Polinom Fonksiyonun Grafiği	30
/ /202...	3	Fonksiyonların Dönüşümleri	41
		Tek ve Çift Fonksiyonların Özellikleri	43
		Grafiklerin Ötelenmesi	45
		Grafiklerin Simetrisi	51
/ /202...	4	İkinci Der. Denklemler ve Eşitsizlikler	57
		İşaret İnceleme	61
/ /202...		Eşitsizlik Uygulamaları	70
/ /202...	5	Olasılık	75
		Bağımlı Olaylar, Bağımsız Olaylar	80
		Birleşik Olayların Olasılığı	82
/ /202...	6	Logaritma	87
		Üstel Fonksiyon	89
		Logaritma Fonksiyonu	90

Tarih	Bölüm	Konu	Sayfa
/ /202...	7	Diziler	105
		Aritmetik Diziler	114
/ /202...		Geometrik Diziler	116
		Toplam Sembolü	119
/ /202...	8	Trigonometri	127
		Trigonometrik Fonksiyonlar	131
		Periyodik Fonksiyonlar	141
/ /202...		Üçgende Trigonometrik Bağlantılar	143
		Ters Trigonometrik Fonksiyonlar	148
/ /202...		Toplam ve Fark Formülleri	152
/ /202...		Trigonometrik Denklemler	156
/ /202...	9	Limit ve Süreklilik	165
/ /202...	10	Türev	183
		Değişim Oranı, Anlık Değişim Oranı	185
		Bir Aralıkta Türevlenebilirlik	195
/ /202...		Türevin Artan ve Azalanlıkla İlgisi	213
/ /202...		Ekstrumum Noktalar ve Eks. Değerler	215
/ /202...		Polinom Fonk. Grafiklerinin Çizimi	222
/ /202...		Türevin Geometrik Anlamı	225
		Türevin Fiziksel Anlamı	227
/ /202...		Maksimum ve Minimum Problemleri	228
/ /202...		L' Hospital Kuralı	232
/ /202...	11	İntegral	233
		Belirsiz İntegral	235
/ /202...		Belirli İntegral	251
/ /202...		Belirli İntegral ile Alan Hesabı	258

Fonksiyonlarda Uygulamalar Örneđi	1 Video
İkinci Dereceden Fonksiyonun Grafiği	1 Video
Grafiklerin Simetrisi	1 Video
İkinci Dereceden Eđitsizlik Çözümü	1 Video
Koşullu Olasılık Örneđi	1 Video
Bileşik Olayların Olasılığı	1 Video
Logaritma Fonksiyonunun Özellikleri	1 Video
Logaritma Fonksiyonunun Grafiği	1 Video
Önemli Toplam Formülleri	1 Video
Toplam ve Fark Formülleri	1 Video
Limitte Belirsizlik Durumu	1 Video
Soldan Süreklilik, Sağdan Süreklilik	1 Video
Parçalı Tanımlı Fonksiyonların Türevi	1 Video
Ekstremum Noktalar Örneđi	1 Video
Türevin Geometrik Anlamı	1 Video
İntegrasyonda Değişken Değiştirme	1 Video
Parçalı Fonksiyonun İntegrali Örneđi	1 Video
Belirli İntegral ile Alan Hesabı Örneđi	1 Video



AYT MATEMATİK  
EL KİTABI VIDEO  
KONU ANLATIMI BAŞLIKLARI



VIDEO KONU ANLATIMI  
YAYIN DENİZİ EĞİTİM  
KANALIMIZDA

YD PRO  
YAYIN DENİZİ



# NOTLARIM







# 1. Ünite

## FONKSİYONLARDA UYGULAMALAR

Doğrunun Grafiği ve Uygulamaları

Fonksiyonların Pozitif ve Negatif Olduğu Aralıklar

Artan ve Azalan Fonksiyonlar

Fonksiyonların Ekstremum Değerleri



## Fonksiyonlarda Uygulamalar

### Doğrunun Grafiği

Doğru Denklemleri

Grafikten Doğru Denklemi Yazmak

### Grafiğin Eksenleri Kestiği Noktalar

Verilen Grafiğin Eksenleri Kestiği Noktalar

Kural Verildiğinde Eksenleri Kestiği Noktalar

### Fonksiyonların Pozitif ve Negatif Olması

Grafiği Verilen Fonksiyonun Pozitif ve Negatif Olduğu Aralıklar

Kuralı Verilen Fonksiyonun Pozitif ve Negatif Olduğu Aralıklar

Pozitif Değerli Fonksiyonlar

Negatif Değerli Fonksiyonlar

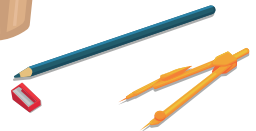
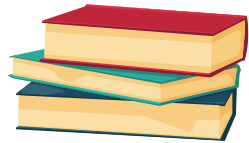
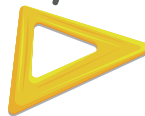
### Artan ve Azalan Fonksiyonlar

### Fonksiyonun Ekstremum Değerleri

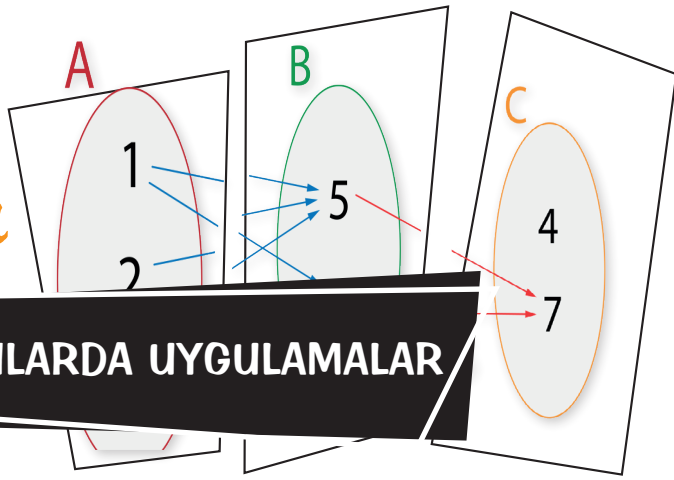
### Fonksiyonun Ortalama Değişim Hızı

$$x+y^2 = xy^2$$

$$a \times b = 0$$
$$n=0$$



# 1. Bölüm



## FONKSİYONLARDA UYGULAMALAR

### 1. $y = mx + n$ DOĞRUSUNUN GRAFİĞİ VE UYGULAMASI

Bir doğrunun standart denklemi  $y = mx + n$ 'dir. Denkleminde  $x$ 'in katsayısı olan  $m$  reel sayısı doğrunun eğimidir. Doğrunun grafiğinin  $y$  eksenini kestiği noktanın ordinatı denklemin sabit terimi olan  $n$ 'dir.

$y = mx + n$  denkleminde  $y = 0$  yazılarak bulunan  $x = -\frac{n}{m}$  değeri, doğrunun grafiğinin  $x$  eksenini kestiği noktanın absisidir.

Buna göre,  $y = mx + n$  doğrusunun grafiğini çizmek için, grafiğin eksenleri kestiği noktaları bulmak yeterlidir. Bu iki noktadan geçen doğru çizilerek grafik elde edilir.

$y = 3x + 6$  doğrusunun grafiğini çizelim.

Cözümlü Örnek

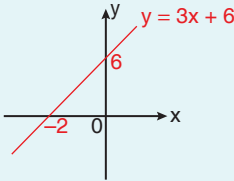
Çözüm

$y = 3x + 6$  doğrusunun grafiğinin eksenleri kestiği noktaları bulalım:

$x = 0$  için;  $y = 3 \cdot 0 + 6 \Rightarrow y = 6 \Rightarrow A(0, 6)$  ( $y$  eksenini kestiği nokta)

$y = 0$  için;  $0 = 3x + 6 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow B(-2, 0)$  ( $x$  eksenini kestiği nokta)

Doğrunun grafiği aşağıdaki gibi olur:



## 1.1. Doğrunun Diğer Tür Denklemleri

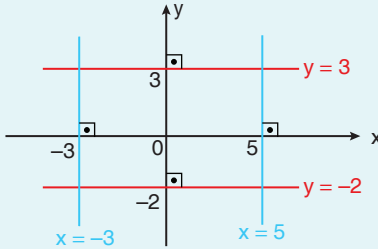
- a. Doğrunun genel denklemi  $ax + by + c = 0$ 'dır. Bu denklem,  
 $ax + by + c = 0 \Rightarrow by = -ax - c \Rightarrow y = -\frac{a}{b} \cdot x - \frac{c}{b} \Rightarrow y = mx + n$   
biçiminde düzenlenerek standart forma çevrilebilir.
- b. Orijinden geçen doğruların denklemleri  $y = mx$  biçimindedir.
- c. x eksenine paralel doğruların denklemi  $y = n$ 'dir. Bu doğru y eksenini  
(0, n) noktasında keser. Grafiği y eksenine dik, x eksenine paraleldir.
- ç. y eksenine paralel doğruların denklemi  $x = k$ 'dir. Bu doğru x eksenini  
(k, 0) noktasında keser. Grafiği x eksenine dik, y eksenine paraleldir.

$y = 3, y = -2, x = 5$  ve  $x = -3$  doğrularının grafiğini çizelim.

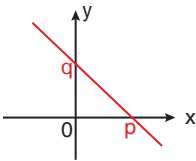
*Çözümlü Örnek*

**Cözüm**

Doğruların grafikleri aşağıdaki analitik düzlemde bir arada verilmiştir.

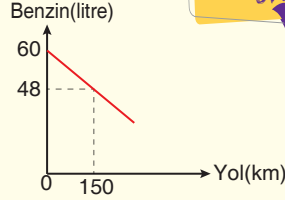


## 1.2. Eksenleri Kestiği Noktalar Belli Olan Doğrunun Denklemi



x eksenini A(p, 0) ve y eksenini B(0, q) noktalarında kesen doğrunun denklemi  $\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1$  biçiminde kurulur.

Sabit hızla hareket eden bir aracın deposunda kalan benzin miktarı yandaki doğrusal grafikte verilmiştir. Buna göre araç, deposundaki benzinle en fazla kaç km yol gidebilir? Bulalım.



*Cözümlü Örnek*

### Çözüm

Araç,  $60 - 48 = 12$  litre benzinle 150 km yol gitmiştir.

Buna göre, orantı kurarak aracın deposundaki benzinle gidebileceği yolu bulabiliriz:

12 litre benzinle 150 km yol gidiyor.

1 litre benzinle  $\frac{150}{12}$  km yol gider.

60 litre benzinle,  $\frac{150}{12} \cdot 60 = 750$  km yol gider.

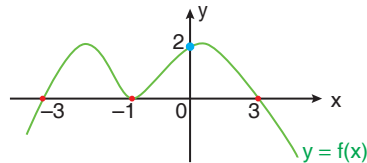
## 2. GRAFİĞİN EKSENLERİ KESTİĞİ NOKTALAR

Bir fonksiyon için önemli bilgilerden birisi de fonksiyonun grafiğinin eksenleri kestiği noktalarıdır. Her fonksiyonun grafiği eksenleri kesmek zorunda değildir. Bazı fonksiyonların grafikleri her iki eksen de keserken bazıları sadece bir eksen keser. Bazıları da hiçbir eksen kesmeyebilir.

$y = f(x)$  biçimindeki bir fonksiyon  $y$  eksenini en fazla bir noktada kesebilir.  $x$  eksenini ise birden fazla noktada kesebilir.

### 2.1. Grafiği Verilen Fonksiyonun Eksenleri Kestiği Noktalar

Gerçel sayılarda tanımlı  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği yanda dik koordinat düzleminde verilmiştir.



Grafik;  $x$  eksenini kırmızı boyalı  $(-3, 0)$ ,  $(-1, 0)$  ve  $(3, 0)$  noktalarında kesmiştir.  $(-1, 0)$  noktasında  $x$  eksenine teğettir.

Grafik,  $y$  eksenini mavi boyalı  $B(0, 2)$  noktasında kesmiştir.

## 2.2. Kuralı Verilen Fonksiyonun Eksenleri Kestiği Noktalar

Kuralı  $y = f(x)$  olan bir fonksiyonun grafiğini çizmeden, grafiğin eksenleri kesişmediğini, kesiyorsa kesim noktalarının koordinatlarını bulabiliriz.

Grafiğin  $y$  eksenini kestiği noktayı bulmak için  $y = f(x)$  kuralında  $x = 0$  yazılır. Eğer bir  $y$  değeri bulunabiliyorsa, bulunan değer grafiğin  $y$  eksenini kestiği noktanın ordinatıdır. Bir  $y$  değeri bulunamıyorsa, grafik  $y$  eksenini kesmez.

Grafiğin  $x$  eksenini kestiği noktayı (noktaları) bulmak için  $y = f(x)$  kuralında  $y = 0$  yazılır.  $f(x) = 0$  denklemi elde edilir. Bu denklemden bir veya daha çok  $x$  değeri bulunabiliyorsa, bulunan değer (değerler) grafiğin  $x$  eksenini kestiği noktanın (noktaların) apsisidir.  $f(x) = 0$  denkleminde bir  $x$  değeri bulunamıyorsa, grafik  $x$  eksenini kesmez.

$y = (2x + 3) \cdot (x^2 - 5x - 6)$  fonksiyonunun grafiğinin eksenleri kestiği noktaları bulalım.

*Çözümlü Örnek*

### Çözüm

$y$  eksenini kestiği nokta:

$$x = 0 \text{ için; } y = (2 \cdot 0 + 3) \cdot (0^2 - 5 \cdot 0 - 6) \Rightarrow y = -18 \text{ bulunur.}$$

Buna göre, grafik  $y$  eksenini  $(0, -18)$  noktasında keser.

$x$  eksenini kestiği nokta (noktalar):

$$y = 0 \text{ için; } 0 = (2x + 3) \cdot (x^2 - 5x - 6) \Rightarrow (2x + 3) \cdot (x - 6) \cdot (x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow 2x + 3 = 0 \text{ veya } x - 6 = 0 \text{ veya } x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = -\frac{3}{2} \text{ veya } x_2 = 6 \text{ veya } x_3 = -1 \text{ bulunur.}$$

Buna göre, grafik  $x$  eksenini  $(-\frac{3}{2}, 0)$ ,  $(6, 0)$  ve  $(-1, 0)$  noktalarında keser.

a.  $y = \frac{1}{x}$  fonksiyonunun grafiği eksenleri kesmez. Nedenini araştırınız.

b.  $y = \frac{x-1}{x^2-1}$  fonksiyonunun grafiği eksenleri kesmez. Nedenini araştırınız.

*Çözümlü Örnek*

### 3. FONKSİYONLARIN POZİTİF VE NEGATİF OLDUĞU ARALIKLAR

$y = f(x)$  fonksiyonunda  $x$ 'e farklı değerler verdiğimizde bulduğumuz  $y$  değeri bazen negatif, bazen pozitif, bazen de 0 olabilir.

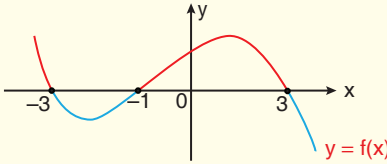
$y$  değerinin pozitif olduğu aralıklarda fonksiyon pozitif değerlidir ve grafiği  $x$  ekseninin üstündedir.

$y$  değerinin negatif olduğu aralıklarda fonksiyon negatif değerlidir ve grafiği  $x$  ekseninin altındadır.

#### 3.1. Grafiği Verilen Fonksiyonun Pozitif ve Negatif Değerli Olduğu Aralıklar

Gerçek sayılarda tanımlı  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği, dik koordinat düzleminde aşağıda verilmiştir.

Çözümlü Örnek



Buna göre,  $y = f(x)$  fonksiyonunun pozitif ve negatif olduğu aralıkları bulalım.

#### Çözüm

Grafikte  $x$  ekseninin üstünde kalan kısımlar kırmızı renkte çizilmiştir. Fonksiyon buralarda pozitif değerlidir.

Grafikte  $x$  ekseninin altında kalan kısımlar mavi renkte çizilmiştir. Fonksiyon buralarda negatif değerlidir.

Buna göre,  $y = f(x)$  fonksiyonu  $(-\infty, -3)$  ve  $(-1, 3)$  aralıklarında pozitif değerlidir. Yani,  $x < -3$  ve  $-1 < x < 3$  için  $f(x) > 0$ 'dır.

$y = f(x)$  fonksiyonu  $(-3, -1)$  ve  $(3, +\infty)$  aralıklarında negatif değerlidir. Yani,  $-3 < x < -1$  ve  $3 < x < +\infty$  için  $f(x) < 0$ 'dır.

$x = -3$ ,  $x = -1$  ve  $x = 3$  için  $f(x) = 0$  olmaktadır. Siyah olan bu noktalar fonksiyonun  $x$  eksenini kestiği noktalardır.

### 3.2. Kuralı Verilen Fonksiyonun Pozitif ve Negatif Değerli Olduğu Aralıklar

$y = f(x)$  kuralı ile verilen bir fonksiyonun negatif ve pozitif olduğu aralıkları bulabiliriz.

$f(x) > 0$  eşitsizliğinin çözümü ile fonksiyonun pozitif değerli olduğu aralıklar bulunur.  $f(x) < 0$  eşitsizliğinin çözümü ile fonksiyonun negatif değerli olduğu aralıklar bulunur.

Bu tür soruları ilerleyen ünitelerde eşitsizlik çözümünü öğrendikten sonra çözebileceksiniz.

$f(x) = -2x - 6$  fonksiyonunun negatif değerli ve pozitif değerli olduğu aralıkları bulalım.

Çözüm

$f$ 'nin negatif değerli olduğu aralık için  $f(x) < 0$  eşitsizliğini çözmeliyiz:

$$f(x) < 0 \Rightarrow -2x - 6 < 0 \Rightarrow -2x < 6 \Rightarrow x > -3$$

O hâlde,  $f$ ,  $(-3, +\infty)$  aralığında negatif değerlidir.

$f$ 'nin pozitif değerli olduğu aralık için  $f(x) > 0$  eşitsizliğini çözmeliyiz:

$$f(x) > 0 \Rightarrow -2x - 6 > 0 \Rightarrow -2x > 6 \Rightarrow x < -3$$

O hâlde,  $f$ ,  $(-\infty, -3)$  aralığında pozitif değerlidir.

Çözümlü Örnek

### 3.3. Pozitif Değerli Fonksiyonlar

$f : A \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $y = f(x)$  fonksiyonu verilsin.

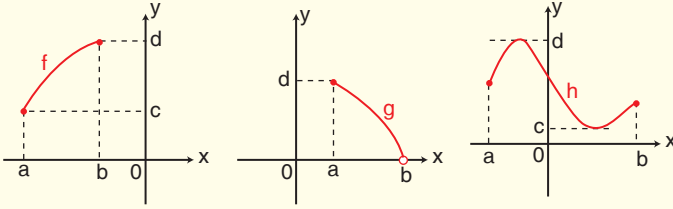
$\forall x \in A$  için  $f(x) > 0$  ise  $f$ 'ye  $A$  aralığında *pozitif değerli* bir fonksiyon denir.

Pozitif değerli fonksiyonların grafikleri  $x$  ekseninin üst kısmındadır.  $x$  eksenine değmezler,  $x$  ekseninin altına inmezler.



Aşağıda, grafikleri verilen f, g ve h fonksiyonlarının her biri pozitif değerlidir.

Cözümlü Örnek



$f : [a, b] \rightarrow [c, d]$ 'ye pozitif değerli bir fonksiyondur.

$g : [a, b] \rightarrow (0, d]$ 'ye pozitif değerli bir fonksiyondur.

$h : [a, b] \rightarrow [c, d]$ 'ye pozitif değerli bir fonksiyondur. Bu fonksiyonda c ve d değerlerine dikkat ediniz. Bu değerler a ve b'nin görüntüleri değildir.

### 3.4. Negatif Değerli Fonksiyonlar

$f : A \rightarrow \mathbb{R}, y = f(x)$  fonksiyonu verilsin.

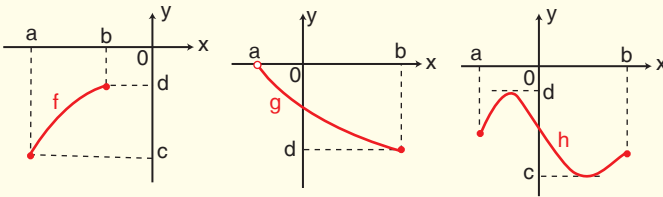
$\forall x \in A$  için  $f(x) < 0$  ise f'ye A aralığında *negatif değerli* bir fonksiyon denir.

Negatif değerli fonksiyonların grafikleri x-ekseninin alt kısmındadır.

x-eksenine değmezler, üstüne çıkmazlar.

Aşağıda, grafikleri verilen f, g ve h fonksiyonlarının her biri negatif değerlidir.

Cözümlü Örnek



Yukarıdaki fonksiyonların her biri negatif değerlidir. Çünkü, her birinin grafiği tamamen x ekseninin altında kalmaktadır.

$f : [a, b] \rightarrow [c, d]$ 'ye negatif değerli bir fonksiyondur.

$g : (a, b] \rightarrow [d, 0)$ 'a negatif değerli bir fonksiyondur.

$h : [a, b] \rightarrow [c, d]$ 'ye negatif değerli bir fonksiyondur.

#### 4. ARTAN VE AZALAN FONKSİYONLAR

$A \subset \mathbb{R}$  ve  $f : A \rightarrow \mathbb{R}$  bir fonksiyon olsun.  $\forall x_1, x_2 \in A$  olmak üzere;

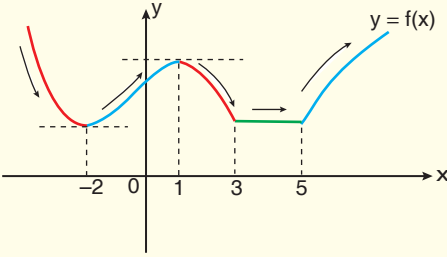
$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$  ise  $f$  fonksiyonuna  $A$  aralığında **artandır** denir.

$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$  ise  $f$  fonksiyonuna  $A$  aralığında **azalandır** denir.

$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) = f(x_2)$  ise  $f$  fonksiyonu  $A$  aralığında **sabittir** denir.

Aşağıda,  $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ 'ye grafiği verilen  $y = f(x)$  fonksiyonunun artan veya azalan olduğu aralıkları inceleyelim.

Örnek



Grafiği,  $x$ 'in artan değerlerine göre soldan sağa doğru takip ederek fonksiyonun artan ve azalan olduğu aralıkları kolayca tesbit edebilirsiniz.

- $f$  fonksiyonu  $(-\infty, -2]$  aralığında azalandır.
- $f$  fonksiyonu  $[-2, 1]$  aralığında artandır.
- $f$  fonksiyonu  $[1, 3]$  aralığında azalandır.
- $f$  fonksiyonu  $[3, 5]$  aralığında sabittir.
- $f$  fonksiyonu  $[5, +\infty)$  aralığında artandır.

Bu aralıklar farklı renklendirilmiştir. Fonksiyonun artan, azalan ya da sabit olduğu aralıklar açık aralık olarak da yazılabilir.

- $f$  fonksiyonu  $[-2, 1]$  aralığında artandır yerine,  $f$  fonksiyonu  $(-2, 1)$  aralığında artandır denebilir.
- $f$  fonksiyonu için  $[-2, 3]$  aralığında artandır, azalandır ya da sabittir diyemeyiz. Çünkü bu aralığın bir kısmında artan, bir kısmında azalandır.

- $f$  fonksiyonu  $[-2, 1] \cup [5, +\infty)$  aralığında **ARTAN DEĞİLDİR**. Çünkü;  $0,9 < 5,1$  olduğu hâlde,  $f(0,9) > f(5,1)$ 'dir. Bu durum artan olmanın tanımı ile çelişir.
- $f$  fonksiyonu  $(-\infty, -2] \cup [1, 3]$  aralığında **AZALAN DEĞİLDİR**. Çünkü;  $-2,01 < 1,1$  olduğu hâlde,  $f(-2,01) < f(1,1)$ 'dir. Bu durum azalan olmanın tanımı ile çelişir.

## 5. BİR FONKSİYONUN EN KÜÇÜK (MİNİMUM) DEĞERİ, EN BÜYÜK (MAKSİMUM) DEĞERİ

Bir fonksiyonun görüntü kümesinin en büyük elemanına o fonksiyonun *en büyük (maksimum) değeri*, görüntü kümesinin en küçük elemanına o fonksiyonun *en küçük (minimum) değeri* denir.

Maksimum değeri aldığı noktaya fonksiyonun *maksimum noktası* denir.

Minimum değeri aldığı noktaya fonksiyonun *minimum noktası* denir.

$f : [-4, 7] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 5 - 2x$  fonksiyonunun en küçük ve en büyük değerlerini bulalım.

*Cözümlü Örnek*

**Çözüm**

$$-4 \leq x \leq 7$$

$$\Rightarrow (-2) \cdot (-4) \geq (-2) \cdot x \geq (-2) \cdot 7 \quad (-2 \text{ ile çarptık.})$$

$$\Rightarrow 8 \geq -2x \geq -14 \text{ olur. Her tarafa 5 ekleyelim:}$$

$$\Rightarrow 5 + 8 \geq 5 - 2x \geq -14 + 5$$

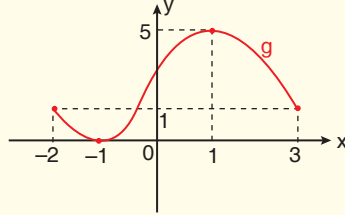
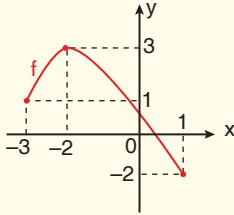
$$\Rightarrow 13 \geq 5 - 2x \geq -9$$

$$\Rightarrow -9 \leq f(x) \leq 13 \text{ bulunur.}$$

O hâlde,  $f$  fonksiyonunun en küçük değeri  $-9$ , en büyük değeri  $13$ 'tür.

Bu fonksiyonun grafiğini çizerek bulduğumuz bilgileri kontrol ediniz.

Aşağıda, grafikleri verilen fonksiyonların en küçük (minimum) ve en büyük (maksimum) değerlerini bulalım. Minimum ve maksimum noktaları yazalım.



### Cözüm

f fonksiyonunun  $f : [-3, 1] \rightarrow [-2, 3]$  olarak tanımlandığını grafikten izleyiniz. Görüntü kümesinin en büyük (maksimum) elemanı 3, en küçük (minimum) elemanı  $-2$ 'dir. Bunun için f fonksiyonunun en büyük değeri 3, en küçük değeri  $-2$ 'dir. Bu durumu  $-2 \leq f(x) \leq 3$  biçiminde yazarız.

f fonksiyonunun minimum noktası  $(-2, 1)$ , maksimum noktası  $(-2, 3)$  tür.

g fonksiyonunun  $g : [-2, 3] \rightarrow [0, 5]$  olarak tanımlandığını grafikten izleyiniz. Görüntü kümesinin en büyük (maksimum) elemanı 5, en küçük (minimum) elemanı 0'dır. Bunun için g fonksiyonunun en büyük değeri 5, en küçük değeri 0'dır. Bu durumu  $0 \leq g(x) \leq 5$  biçiminde yazarız.

g fonksiyonunun minimum noktası  $(-1, 0)$ , maksimum noktası  $(1, 5)$  tir.

## 6. BİR FONKSİYONUN ORTALAMA DEĞİŞİM HIZI

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  bir fonksiyon;  $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$  olmak üzere;  $f(x_1) = y_1$  ve  $f(x_2) = y_2$  olsun. f fonksiyonunun  $[x_1, x_2]$  aralığındaki ortalama değişim hızı

$$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \text{ dir.}$$

Fonksiyonun bir aralıktaki değişim hızını bir grafik üzerinde açıklayalım. Bunun için bir grafik çizip üzerinde  $A(x_1, y_1)$  ve  $B(x_2, y_2)$  noktalarını işaretleyelim.